**TALLER No 6**

**NOMBRE DEL TALLER:** Máximo Común Divisor, Mínimo Común Múltiplo y Factores Primos

- **ÁREA:** Matemáticas – (Algebra)
- **ESTUDIANTE:**
- **DOCENTE:** Miguel Angel Garcia Calle
- **GRUPO:** Sexto
- **FECHA:** Mayo- Junio

**FASE DE PLANEACIÓN O PREPARACIÓN**

**COMPETENCIA:**
Interpreto los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc.

**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE:**
Reconoce y establece diferentes relaciones de orden y equivalencia y las utiliza para argumentar procedimientos.

**FASE DE EJECUCIÓN O DESARROLLO**

**INSTRUCCIONES:**
- ☐ Leer, comprender y copiar la teoría.
- ☐ Realizar los ejercicios de la fase de evaluación.

# Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

El mínimo común múltiplo y el máximo común divisor son dos cálculos matemáticos.

**El mínimo común múltiplo** calcula el múltiplo más pequeño en común para dos o más números.

**El máximo común divisor** obtiene el divisor de mayor valor de dos o más números . Ambos cálculos se obtienen a partir de la llamada descomposición en factores primos.


Carrera 28C Calle 80 Barrio Leningrado II - Cuba – Pereira - Risaralda
Tel.: 337-3653 / e–mail: rector@leningrado.edu.co
http://leningrado.edu.co

# ¿Qué son los números primos?

¿Cuáles son los números primos? Los **números primos** son aquellos solo pueden dividirse (sin que el resultado tenga decimales), entre 1 y entre sí mismos. Calcularlos es imposible, hay que aprenderlos.

¿Se pueden calcular los números primos? **R:/** No. No existe ninguna fórmula matemática para saber si un número es primo o no.

*Números primos son aquellos números que solo se pueden dividir entre 1 y entre sí mismos.*

Pero podemos aprender los primeros números primos, en las cantidades de 1 a 100, por ejemplo:

**Lista de números primos entre 1 y 100:**

**2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97**

Para identificar los números primos es importante saber las tablas de multiplicar, ya que se puede comenzar por ir tachando aquellos números que se pueden multiplicar por 2, 3, 5, 7 (excluimos por ejemplo el 4 y el 6, por ser múltiplos del número primo 2). Este método para obtener los números primos se llama criba de Eratóstenes


Carrera 28C Calle 80 Barrio Leningrado II - Cuba – Pereira - Risaralda
Tel.: 337-3653 / e–mail: rector@leningrado.edu.co
http://leningrado.edu.co

# Números primos del 1 al 100

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 23 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 |  |

El máximo común divisor se expresa mediante las siglas **MCD**. Por otra parte, el mínimo común múltiplo se expresa mediante las siglas: **MCM**. Generalmente, ambos se aprenden juntos. La razón de que tanto el mínimo común múltiplo como el máximo común divisor se aprendan juntos, es que ambos se calculan a partir de la descomposición en factores primos.

# Mínimo común múltiplo

Para calcular el múltiplo común más bajo de dos números, o **MCM**, lo hacemos de la siguiente forma: obteniendo los resultados de la tabla de multiplicar correspondiente. Imagina que queremos saber cuál es el múltiplo mínimo en común de dos números, 8 y 6. Observa la siguiente imagen:

Mínimo común múltiplo:

| | |
|---|---|
| 6 x 1 = 6 | 8 x 1 = 8 |
| 6 x 2 = 12 | 8 x 2 = 16 |
| 6 x 3 = 18 | 8 x 3 = 24 |
| 6 x 4 = 24 | 8 x 4 = 32 |
| 6 x 5 = 30 | 8 x 5 = 40 |
| 6 x 6 = 36 | 8 x 6 = 48 |
| 6 x 7 = 42 | 8 x 7 = 56 |
| 6 x 8 = 48 | 8 x 8 = 64 |



m.c.m. (8, 6) = 24

Como puedes ver, nos hemos basado en las tablas de multiplicar y hemos identificado los múltiplos en común de ambos números. De las dos tablas de multiplicar hemos sacado dos múltiplos en común: 24 y 48. Como queremos saber el mínimo común, nos quedamos con 24.

Por tanto, el mcm de 8 y 6 es 24. Es decir m.c.m. (8, 6) = 24

Calcular el mínimo común múltiplo partiendo de los resultados de las tablas de multiplicar está bien, pero no es la forma más rápida. Tal vez para números pequeños si lo sea, pero ¿Qué ocurre con números mayores? ¿Cómo lo podemos calcular? Para ello tenemos la descomposición en factores primos y la fórmula del MDM.

## Descomposición en factores primos

Obtener el MCM a partir de sus tablas de multiplicar está bien para cálculos con números de poco valor, pero no es algo práctico a no ser que se trate de números pequeños. Para cantidades más altas, utilizamos una forma de descomponer los números que se llama **descomposición de factores primos**. A continuación vamos a ver la descomposición en factores primos, que además nos servirá para practicar divisiones y también nos será útil cuando queramos calcular el máximo común divisor.

Por tanto, para obtener el ***mínimo común múltiplo*** de dos números mediante descomposición en factores primos, deberemos tomar de dicha descomposición los factores comunes a la máxima potencia y los no comunes. Es más fácil si lo ves en un ejemplo. Observa la siguiente imagen, en la que veremos el siguiente ejemplo: mínimo común múltiplo de 180 y 200.

Observa la siguiente imagen, en la que obtenemos el MCM de las cantidades 180 y 200:

## Mínimo común múltiplo:

$$
\begin{array}{r|l}
180 & 2 \\
90 & 2 \\
45 & 5 \\
9 & 3 \\
3 & 3 \\
1 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
200 & 2 \\
100 & 2 \\
50 & 2 \\
25 & 5 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}
$$

edufichas.com

$$180 = 2^2 \times 5 \times 3^2 \qquad 200 = 2^3 \times 5^2$$

$$mcm = 2^3 \times 5^2 \times 3^2$$

$$8 \times 25 \times 9 = 1800$$

$$\boxed{m.c.m.\ (180, 200) = 1800}$$

*MCM = Factores comunes y no comunes elevados al máximo exponente*

## Pero, ¿Como se calcula? El MCM se calcula así:

Para hacer una descomposición en factores primos escribimos el número y trazamos una línea vertical al lado derecho. A partir de ahí, vamos dividiendo, siempre entre números primos (2, 3, 5, 7, 11, 13…) hasta reducir al número 1.

***Para obtener el mínimo común múltiplo de dos números mediante descomposición en factores primos, cogemos los factores comunes a la máxima potencia y los no comunes.***

El primer paso para obtener el mínimo común múltiplo (mcm) es descomponer ambos números en factores primos. Debajo de la descomposición escribimos una multiplicación con todos los dividendos primos de la descomposición. Los que estén repetidos, los expresamos mediante una potencia, es decir, con el mayor exponente. Cuando tengamos los dos, obtenemos el mcm de la siguiente forma:

Creamos una multiplicación tomando los factores (comunes y no comunes). Los que son comunes, elegimos el que está elevado la máxima potencia, como has podido ver en la imagen anterior.

## Ejemplo 1:

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array}$$

$$180 = 2^2 \times 5 \times 3^2 \qquad 324 = 2^2 \times 3^4$$

- Ahora tomamos los factores **COMUNES** (*es decir que están en los dos*), que serían:

$$\mathbf{2^2}\ y\ \mathbf{3^2}\ y\ \mathbf{3^4}$$

Pero como el 3 esta repetido, tomamos el que tenga el de la máxima potencia, es decir $\mathbf{3^4}$

Quedando entonces:

$$\mathbf{2^2}\ y\ \mathbf{3^4}$$

- Ahora tomamos los **NO COMUNES** (*es decir los que no están repetidos*), que sería:

$$\mathbf{5}$$

Ahora entonces el

$$\mathbf{MCM(180, 324)} = \mathbf{2^2\ x\ 5}\ x\ \mathbf{3^4} = 1620$$

## Ejemplo 2:


Dos autobuses salen a la vez de la estación, uno de ellos hace todo su recorrido y vuelve cada **36 minutos**, y el otro cada **24 minutos.** *¿Dentro de cuanto tiempo volverán a estar juntos en la estación?*

| 36 | 2 |
|---|---|
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

| 24 | 2 |
|---|---|
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$36=2^2x3^2$ $24=2^3x3$

Por lo tanto el

**MCM(**36,24**) =** $2^3x3^2$ **=** ( 2x2x2 x 3x3 ) = ( 8 x 9 ) = 72

Es decir que los buses se encontraran de nuevo en 72 minutos, o si se prefiere en 1 hora con 12 minutos, esto también quiere decir que el primer bus dará dos vueltas por lo que (36+36=72) y el segundo bus dará 3 vueltas (24+24+24=72)

# Máximo común divisor

El máximo común divisor es el cálculo que indica el número mayor en común por el que se pueden dividir dos o más números. Al igual que el mínimo común múltiplo, el máximo común divisor se expresa de la siguiente forma. Sus siglas son **MCD** y en los ejercicios lo indicamos así: M.C.D (a, b), donde a y b son dos (o más) números. Un ejemplo: M.C.D. (24, 35).

## Calcular el MCD

La forma de calcular el máximo común divisor es similar al mínimo común múltiplo, pero con una diferencia. De la descomposición en factores primos, *nos quedaremos únicamente con los factores comunes, elevados a la mínima potencia (menor exponente)*. En el MCD cogemos de la descomposición de factores primos **solo los comunes y elevados a la mínima potencia**.

*Calcular el **MCD**: factores **comunes** elevados al **mínimo** exponente*

# Máximo común divisor:

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$



$$180 = 2^2 \times 5 \times 3^2 \qquad 200 = 2^3 \times 5^2$$

$$\text{mcm} = 2^2 \times 5$$

$$4 \times 5 = 20$$

**m.c.d. (180, 200) = 20**

## Ejemplo 1:

| 18 | 2 |
|---|---|
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

| 24 | 2 |
|---|---|
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

| 36 | 2 |
|---|---|
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

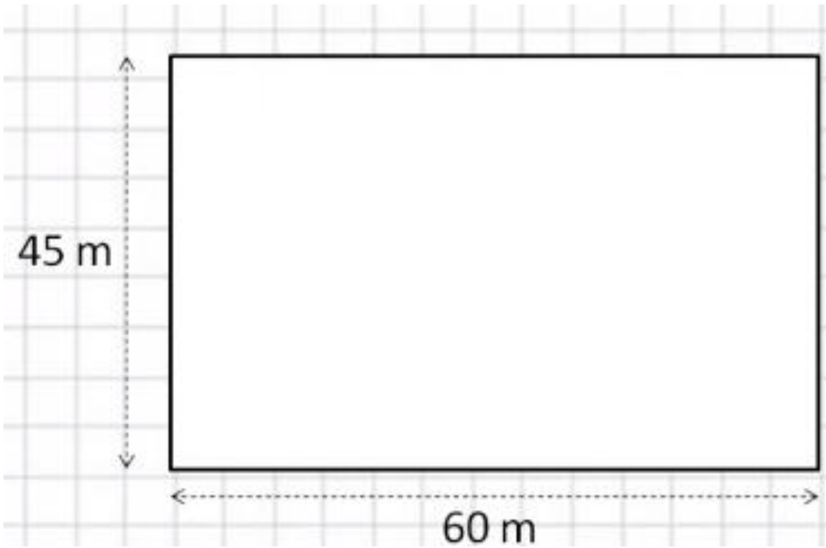
$18=2x3^2$ $24=2^3x3$ $36=2^2x3^2$

Por lo tanto los comunes $2$ y $2^2$ y $2^3$ también están $3$ y $3^2$ escogemos los pequeños

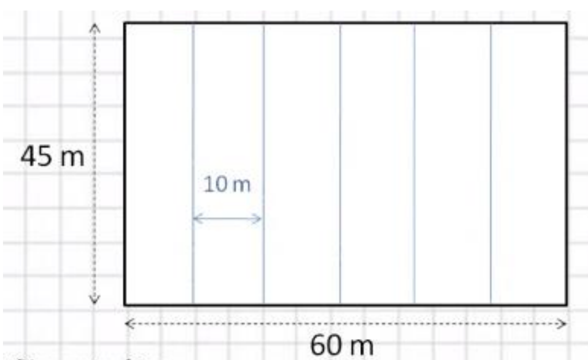
**MCD (**18,24,36**) =** 2x3 **= 6**

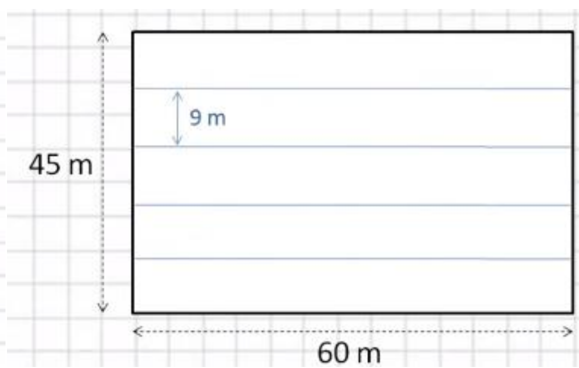
## Ejemplo 2:

Tenemos un terreono que mide **60 metros** de ancho y **45 metros** de largo, queremos dividirlo en cuadrados(*Largo=Ancho*) de tal forma que se tenga el mayor tamaño posible, sin desperdiciar tierra. ¿De que tamaño serian los cuadrados?, ¿Cuántos cuadrados se pueden formar?




Podríamos intentar dividir de a 10m donde quedarían 6 divisiones de ancho, pero solo quedarían 4 divisiones de alto, y perderíamos 5m, o podríamos dividir de a 9 m del alto, pero no serían cuadrados.




Lo que debemos hacer entonces es encontrar el **MCD** de la siguiente manera.

| | |
|---|---|
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

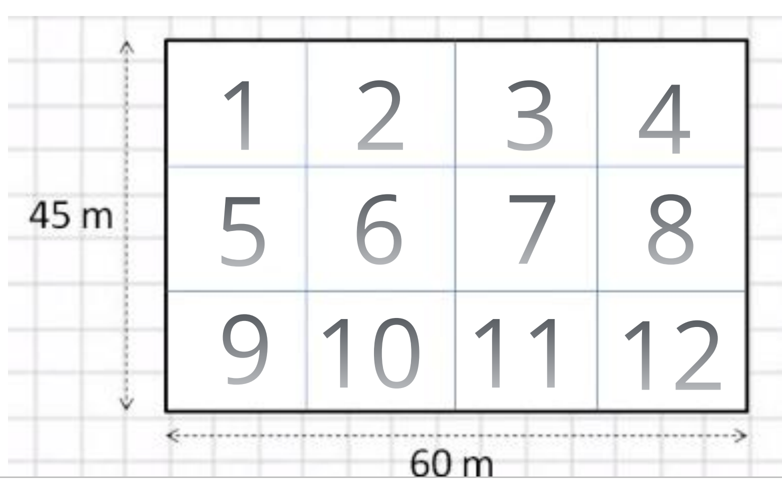
| | |
|---|---|
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$60=2^2x3x5$ $45=3^2x5$

Ahora buscamos los comunes que serían $3$ , $3^2$ y $5$ pero tomamos los más pequeños quedando así: 3 y 5

**MCD (**60,45**) =** 3x5 **= 15**

Es decir que habría que dividir el terreno en cuadrados de 15 x 15 metros



## FASE DE EVALUACIÓN

1. Encontrar el MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

### Mínimo común múltiplo

edufichas

**m.c.m. (56, 125)**

| 25 | 125 |
|---|---|

mcm =

**m.c.m. (140, 210)**

| | 210 |
|---|---|

mcm =



**m.c.m. (48, 96)**

| 48 | 96 |
|---|---|

mcm =

**m.c.m. (76, 108)**

| 76 | 108 |
|---|---|

mcm =

**m.c.m. (26, 74)**

| 25 | 74 |
|---|---|

mcm =

**m.c.m. (36, 80)**

| 36 | 80 |
|---|---|

mcm =



**m.c.m. (122, 138)**

| 122 | 138 |
|---|---|

mcm =

**m.c.m. (128, 153)**

| 128 | 153 |
|---|---|

mcm =

**m.c.m. (89, 102)**

| 89 | | 102 | |
|---|---|---|---|

mcm =

**m.c.m. (75, 125)**

| 75 | | 125 | |
|---|---|---|---|

mcm =



**m.c.m. (360, 400)**

| 360 | | 400 | |
|---|---|---|---|

mcm =

**m.c.m. (224, 98)**

| 224 | | 98 | |
|---|---|---|---|

mcm =

| m.c.m. (180, 160) | m.c.m. (60, 86) |
|---|---|
| 180 \| 160 \| | 60 \| 86 \| |
| mcm = | mcm = |





| m.c.m. (232, 100) | m.c.m. (330, 46) |
|---|---|
| 232 \| 100 \| | 330 \| 46 \| |
| mcm = | mcm = |

2. Encontrar el MÁXIMO COMÚN DIVISOR

## Máximo común divisor





**m.c.d. (56, 89)**

| 25 | 89 |
|---|---|

mcd =

**m.c.d. (90, 240)**

| 90 | 240 |
|---|---|

mcd =



**m.c.d. (410, 96)**

| 410 | 96 |
|---|---|

mcd =

**m.c.d. (39, 82)**

| 39 | 82 |
|---|---|

mcd =

**m.c.d. (520, 140)**

520 | 140 |

mcd =

**m.c.d. (330, 180)**

330 | 180 |

mcd =





**m.c.d. (250, 74)**

250 | 74 |

mcd =

**m.c.d. (309, 182)**

309 | 182 |

mcd =

**m.c.d. (290, 405)**

290 | 405 |

mcd =

**m.c.d. (602, 380)**

602 | 380 |

mcd =



**m.c.d. (88, 110)**

88 | 110 |

mcd =

**m.c.d. (170, 189)**

170 | 189 |

mcd =



Carrera 28C Calle 80 Barrio Leningrado II - Cuba – Pereira - Risaralda
Tel.: 337-3653 / e–mail: rector@leningrado.edu.co
http://leningrado.edu.co

m.c.d. (52, 48)

52 | 48 |

mcd =

m.c.d. (124, 230)

124 | 230 |

mcd =





m.c.d. (91, 154)

91 | 154 |

mcd =

m.c.d. (610, 585)

610 | 585 |

mcd =



Carrera 28C Calle 80 Barrio Leningrado II - Cuba – Pereira - Risaralda
Tel.: 337-3653 / e–mail: rector@leningrado.edu.co
http://leningrado.edu.co